

# Die Grenzen der Quantenmechanik – Schrödingers Katze und Makrorealismus

*Seminar "Grundlagen der modernen Quantenphysik"*  
Wintersemester 2005/06

Dr. M. Aspelmeyer, a. Prof. R. Bertlmann,  
Dr. T. Jennewein, o. Prof. A. Zeilinger

*Johannes Kofler* (9860565, 091/411)

Wien, 19. Januar 2006

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Vorwort</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Motivation</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Schrödingers Katze und das Meßproblem</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Die Hypothese des makroskopischen Realismus</b>	<b>6</b>
4.1	Reduktion durch einen Hintergrund . . . . .	6
4.2	Gravitativer Kollaps . . . . .	7
4.3	Allgemeiner Makrorealismus . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Experimentelle Tests und Dekohärenz</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Die gegenwärtige experimentelle Situation</b>	<b>10</b>
6.1	Beugung komplexer Moleküle . . . . .	10
6.2	Quantenoptische Systeme . . . . .	10
6.3	Supraleiter . . . . .	10
<b>7</b>	<b>Wie geht es weiter?</b>	<b>13</b>

# 1 Vorwort

Die Physik wurde am Anfang des 20. Jahrhunderts aufgrund von neuen empirischen Fakten zu mehreren *Paradigmenwechseln* gezwungen. Die nunmehr nach vielen Jahrzehnten noch immer anhaltende Diskussion über die Interpretation sowie die damit verknüpften philosophischen Deutungsschwierigkeiten des semantischen Inhalts der Quantenmechanik haben gezeigt, daß letztere Theorie wohl am radikalsten die Art und Weise verändert hat, die physikalische Welt zu beschreiben.

Nichtdestoweniger gibt der überragende empirische Erfolg der Quantenphysik "Recht". Moderne Physik (Kernreaktionen, Halbleitertechnologie, Laser) basiert auf den Grundlagen der Quantenmechanik und alle bisherigen Experimente zeigen frappierende Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen.

Was aber sind die *Grenzen* ihrer Anwendbarkeit? Wie weit reichen die experimentellen Übereinstimmungen mit der Theorie? Welche Experimente können Deutungsdebatten empirisch entscheiden?

Die vorliegende Seminararbeit ist im wesentlichen eine Aufbereitung einer Arbeit von Leggett [1] und versucht, Antworten auf diese Fragen zu skizzieren.

# 2 Motivation

Die Mehrheit der Physikergemeinschaft glaubt, daß die heute bekannten Naturgesetze auf dem *gesamten Parameterraum* gelten. In Bezug auf die Länge heißt das, daß die physikalischen Gesetze bis hinunter zur

$$\text{Plancklänge} \sim 10^{-35} \text{ m} \tag{1}$$

und hinauf bis zur

$$\text{Ausdehnung des Universums} \sim 10^{27} \text{ m} \tag{2}$$

gelten, also über rund 62 Größenordnungen. Ähnliches gilt für Zeiten und Massen. Auf welchen Skalen gibt es experimentelle Bestätigungen für quantenmechanische Interferenzeffekte? Die empirische Physik reicht hinunter bis zu

$$\text{Hochenergie-Beugungsexperimenten} \sim 10^{-18} \text{ m} \tag{3}$$

und hinauf bis zu

$$\text{Einstein-Podolsky-Rosen-Experimenten} \sim 10^5 \text{ m.} \tag{4}$$

Damit sind also ungefähr 23 Größenordnungen abgedeckt. Auf einer logarithmischen Skala sind das rund 40% des gesamten Wertebereichs. Nach *Occams Rasiermesserprinzip* wäre es am einfachsten (und ökonomischsten) anzunehmen, daß das Konzept Quantenphysik ohne Ausnahme für das ganze physikalische Universum gilt.

Eine weitere Möglichkeit, ein a priori nicht ausgeschlossenes Versagen der Quantenphysik zu suchen, ist die Kombination aus kurzen Zeiten und langen Distanzen, dh. unter der Bedingung von raumartiger Trennung. Dies fällt unter die Klasse der *Bell-Experimente*, und auch wenn es noch anhaltende Debatten über Loopholes gibt und lokal-realistische versteckte Variablen nicht mit letzter Sicherheit ausgeschlossen sind, ist klar, daß alle Experimente im Einklang mit den Vorhersagen der Quantenphysik stehen.

Die dritte "Achse", auf der nach einem Versagen der Quantenmechanik gesucht werden kann, ist jene, die die Welt der Elektronen, Atome und Photonen mit der "alltäglichen" Erfahrung verbindet. Die vorliegende Arbeit widmet sich dieser Achse.

### 3 Schrödingers Katze und das Meßproblem

Im *Gedankenexperiment* von Schrödingers Katze wird das Phänomen der quantenmechanischen Superposition auf eindringliche Weise in die grobsinnliche Wahrnehmungswelt übersetzt [2] (Hervorhebungen im Original):

”Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine (die man gegen den direkten Zugriff der Katze sichern muß): in einem Geigerschen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, *so* wenig, daß im Lauf einer Stunde *vielleicht* eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sich sagen, daß die Katze noch lebt, *wenn* inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiftet haben. Die  $\psi$ -Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebende und die tote Katze [...] zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.

Das Typische an diesen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung *entscheiden* läßt.”

Wir beginnen mit der Feststellung, daß es eine empirisch gesicherte Tatsache ist, daß es in der Quantenphysik eine *Interferenz von Wahrscheinlichkeitsamplituden* gibt. Führen beispielsweise in einem Doppelspaltexperiment von  $A$  nach  $E$  zwei ”Wege”, nämlich einer über  $B$  und einer über  $C$ , dann ist die Wahrscheinlichkeit für Detektion des Teilchens am Ort  $E$ , wenn beide Wege offenstehen,  $P_{A \rightarrow (B \text{ oder } C) \rightarrow E}$  nicht gleich der Summe der einzelnen Wahrscheinlichkeiten, wenn jeweils nur ein Weg offensteht,  $P_{A \rightarrow B \rightarrow E}$  resp.  $P_{A \rightarrow C \rightarrow E}$ . Symbolisch gilt im allgemeinen

$$P_{A \rightarrow (B \text{ oder } C) \rightarrow E} - (P_{A \rightarrow B \rightarrow E} + P_{A \rightarrow C \rightarrow E}) \equiv K \neq 0. \quad (5)$$

In der Quantenphysik werden mit den Wegen Wahrscheinlichkeitsamplituden,  $A_{A \rightarrow B \rightarrow E}$  resp.  $A_{A \rightarrow C \rightarrow E}$ , assoziiert. Die gesamte Wahrscheinlichkeitsamplitude, wenn beide Wege offenstehen, ist die Summe der einzelnen Amplituden. Die korrespondierende (messbare) Wahrscheinlichkeit ist das Absolutquadrat. Damit wird

$$K = 2 \operatorname{Re} A_{A \rightarrow B \rightarrow E}^* A_{A \rightarrow C \rightarrow E}. \quad (6)$$

Für  $K \neq 0$  müssen beide Amplituden ungleich null sein. Gibt man den Amplituden keinen weiteren ontologischen Sinn jenseits ihrer Bedeutung für das gesamte Ensemble, kann nichts (positives) über die einzelnen Teilchen des Ensembles ausgesagt werden (dies ist die vollblütige statistische Interpretation). Wenn man aber annimmt, daß die Amplituden assoziiert sind mit etwas ”da draußen”, dann ist es verführerisch anzunehmen, daß jedes einzelne Teilchen in gewisser Weise beide Wege zugleich verwendet. Dies steht schon fast im Widerspruch zu der Tatsache, daß bei einer Pfadmessung immer gefunden wird, daß die Teilchen jeweils nur einen bestimmten Weg nehmen.

Eine *negative Schlußfolgerung*, die wir ziehen dürfen, ist folgende: Es ist *nicht* wahr, daß die Teilchen in Abwesenheit einer Pfadmessung jeweils entweder Pfad  $B$  oder Pfad  $C$  wählen. Dann wäre der Interferenzterm für jedes Teilchen und damit auch für das gesamte

Ensemble gleich null – im Widerspruch zum Experiment. Die Wahrheit dieser Schlußfolgerung ist *logisch unabhängig* von der experimentellen Bestätigung ihrer Annahme, also  $K \neq 0$  (siehe später).

Die *Kopenhagen-Interpretation* besagt, in stark gekürzter Form, daß die Quantenmechanik ein *formales Schema zur Berechnung von Erwartungswerten* ist und daß Elektronen und Atome Objekte sind, deren Eigenschaften von der jeweiligen Meßsituation abhängen. Ein intuitives (klassisches) Verständnis ist nicht möglich. Im Gegensatz zur rein statistischen Deutung (siehe unten) wird in der Kopenhagen-Interpretation den Meßgeräten aber eine objektive Existenz zugeschrieben, unabhängig von der Meßsituation. Damit gibt es eine Trennlinie zwischen mikroskopischer Quanten- und makroskopischer Alltagswelt.

In Schrödingers Gedankenexperiment ist es eine unausgesprochene Grundannahme, daß Quantenphysik im Prinzip auf alle Objekte, also auch auf makroskopische, angewandt werden darf. Wir nehmen an, es liege ein *makroskopisches Objekt* (lebende Katze) im reinen Zustand  $|\Psi_0\rangle$  vor (die Verallgemeinerung auf eine statistische Mischung als Anfangszustand ändert nichts am Konzept der Argumentation, verkompliziert also die Situation unnötig). Ferner gibt es zwei orthogonale mikroskopische Zustände  $|\psi_1\rangle$  und  $|\psi_2\rangle$  (nicht zerfallenes resp. zerfallenes radioaktives Atom). Das Gesamtsystem (Höllensmaschine) wird also durch die Zustände  $|\chi_i\rangle \equiv |\psi_i\rangle|\Psi_0\rangle$  ( $i = 1, 2$ ) beschrieben. Der unitäre Zeitentwicklungsoperator  $\hat{U}(t)$  bedingt nun die Evolution

$$\hat{U}|\chi_1\rangle \equiv \hat{U}|\psi_1\rangle|\Psi_0\rangle = |\psi'_1\rangle|\Psi_1\rangle \equiv |\chi'_1\rangle, \quad (7)$$

$$\hat{U}|\chi_2\rangle \equiv \hat{U}|\psi_2\rangle|\Psi_0\rangle = |\psi'_2\rangle|\Psi_2\rangle \equiv |\chi'_2\rangle. \quad (8)$$

Wir interessieren uns nur noch für die Endzustände des Makroobjekts,  $|\Psi_1\rangle$  und  $|\Psi_2\rangle$ , die *makroskopisch verschieden* und folglich orthogonal sind (lebendige resp. tote Katze). Um das Paradoxon zu konstruieren, starten wir mit einem Ensemble in einer Superposition von mikroskopisch verschiedenen Zuständen. Der Anfangszustand des Gesamtsystems ist

$$|\chi\rangle = (a|\psi_1\rangle + b|\psi_2\rangle)|\Psi_0\rangle \equiv a|\chi_1\rangle + b|\chi_2\rangle. \quad (9)$$

mit  $|a|^2 + |b|^2 = 1$  (die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Zerfall stattgefunden hat, ist gerade  $\frac{1}{2}$ ). Das entscheidende ist nun, daß der Zeitentwicklungsoperator *streng linear* ist. Daher folgt für den Endzustand

$$\hat{U}|\chi\rangle = a|\chi'_1\rangle + b|\chi'_2\rangle \equiv a|\psi_1\rangle|\Psi_1\rangle + b|\psi_2\rangle|\Psi_2\rangle. \quad (10)$$

Und dies ist eine *Superposition aus makroskopisch verschiedenen Zuständen*, etwas, wovon es schwer vorstellbar ist, wie wir es überhaupt "erfahren" würden. Denn gerade die Erfahrung zeigt, daß makroskopische Zustände stets scharf vorliegen.

## Das Meßproblem und mögliche Lösungen

Die Schrödinger-Katze ist letztlich nichts weiter als eine (makroskopische und extrem kontraintuitive) Konsequenz des *Meßproblems* der Quantenmechanik. Unter Meßproblem versteht man die Tatsache, daß zur vollständigen (theoretischen) Beschreibung der (empirischen) Phänomene zwei sich intuitiv *widersprechende* Teile nötig sind, nämlich

1. die **Schrödingergleichung** zur streng *kontinuierlichen Evolution* der Wellenfunktion, sowie
2. der inhärent *diskontinuierliche Kollaps* der Wellenfunktion beim **Meßprozeß** (Bornsche Regel).

Das Meßproblem findet man manchmal auch in etwas anderer Art und Weise formuliert, beispielsweise in den Fragen "Wie real sind die Wahrscheinlichkeitsamplituden?" resp. "Wo ist die Grenze zwischen Quantenmechanik und klassischer Physik?"

Die meisten Antworten fallen unter eine der drei folgenden Kategorien:

- (i) **Die statistische Interpretation** (die logische Vollendung der Kopenhagen-Interpretation): Die *Wahrscheinlichkeitsamplituden der Quantenmechanik haben keine (physikalische) Realität*, weder auf mikroskopischer noch auf makroskopischer Ebene. Ihre Funktion ist lediglich, der Berechnung der statistischen Wahrscheinlichkeiten für Ensembles zu dienen. Die Frage nach dem "wahren Zustand" eines Teilchens ist bedeutungslos. Sinn macht nur die Frage nach der Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Meßergebnisses.
- (ii) **Die Viele-Welten-Interpretation** [3]: Die *Wahrscheinlichkeitsamplituden repräsentieren physikalische Wirklichkeit*, sowohl auf mikroskopischer als auch auf makroskopischer Ebene. Die Katze ist in diesem Sinne wirklich zugleich tot und lebendig. Nur eine Realisierung zu sehen, ist eine Illusion, die aber aufrechterhalten werden kann, weil die Wahrscheinlichkeit, daß ein anderer Experimentator eine andere Realisierung sieht, gleich null ist. Alle *Zweige* (Welten) der Superposition, deren wir uns nicht bewußt sind, sind aber gleichermaßen "real".
- (iii) **Die orthodoxe Interpretation**: Die *Wahrscheinlichkeitsamplituden haben Realität auf der Mikro- aber nicht auf der Makroebene*. Der Grund, daß diese Interpretation haltbar ist, ist das Phänomen der *Dekohärenz*: Aufgrund der Wechselwirkung mit der Umgebung werden makroskopische Superpositionen zerstört.

Unter normalen Umständen gibt es keine Evidenz für das Vorhandensein von Interferenztermen in der Makrowelt. Wenn man aber annimmt, es sei legitim, die Gesetze der Quantenphysik zu extrapolieren, dann ist es ein logischer Fehler zu glauben, daß das Verschwinden der Interferenz ( $K = 0$ ) eine Reinterpretation der Bedeutung der Quantenmechanik rechtfertigt. Die Bedeutung des Formalismus ist *logisch unabhängig* von den Beweisen, daß dieses Verständnis der Bedeutung korrekt ist.

Die Schwäche von (i) ist, daß sie der "realistischen Intuition" widerspricht. (ii) ist mehr oder weniger eine bedeutungslose Aneinanderreihung von Worten. Und (iii) unterliegt einem logischen Irrtum [1].

Daher ist es vernünftig, die Grundannahme in Frage zu stellen, nämlich die lineare Struktur der Quantenmechanik.

## 4 Die Hypothese des makroskopischen Realismus

Die postulierte Nichtexistenz von makroskopischen Quanteninterferenzen ist das Prinzip des *makroskopischen Realismus* (kurz: Makrorealismus).

### 4.1 Reduktion durch einen Hintergrund

Das bisher bestausgearbeitete Schema, das zur Lösung des Meßproblems vorgeschlagen wurde, ist das von Ghirardi, Rimini, Weber und Pearle [4, 5]. Im wesentlichen besagt es, daß ein universelles und inhärent *nicht-quantenphysikalisches Hintergrundrauschen* quantenmechanische Superpositionen via eines nicht-linearen stochastischen Terms in der Schrödingergleichung in einen ihre *Zweige reduziert*. Es gibt zwei adjustierbare Parameter, eine Länge  $a \sim 10^{-7}$  m, die angibt, bei welcher Entfernung diese Reduktion signifikant

vonstatten geht, und eine Rate  $\lambda \sim 10^{-16}$  s, die die Effizienz der Reduktion repräsentiert. Wir betrachten die Vielteilchenwellenfunktion

$$\psi_N = \psi(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N). \quad (11)$$

Durch das Hintergrundfeld springt die Wellenfunktion zufällig in die *kollabierte* Form

$$\psi_{\text{GRWP}} = \frac{j(x - \mathbf{r}_n) \psi(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)}{R_n(\mathbf{x})}, \quad (12)$$

wobei  $R_n(\mathbf{x})$  eine Normalisierungsfunktion ist und  $j$  Gaussche Form hat:

$$j(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) = k \exp(-x^2/2a^2). \quad (13)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß die Wellenfunktion nach dem Kollaps bei  $x$  zentriert ist, ist

$$P_{\mathbf{x}} = |R_n(\mathbf{x})|^2 d^3\mathbf{x}. \quad (14)$$

(Dies entspricht der Bornschen Regel.) Und die Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit für einen Kollaps in einen lokalisierten Zustand ist

$$P_t = N \lambda. \quad (15)$$

Eine automatische Eigenschaft der Theorie ist es, daß ein  $N$ -Teilchen-Zustand mit der Rate  $N \lambda$  reduziert wird. Die Parameter  $a$  und  $\lambda$  können nicht mehr um viele Größenordnungen verändert werden, ohne daß entweder ein Widerspruch zu quantenphysikalischen (empirisch bestätigten) Vorhersagen auf atomarer Ebene entsteht oder makroskopische Superpositionen nicht ausreichend reduziert werden (was ja gerade das Ziel des Modells ist).

## 4.2 Gravitativer Kollaps

Penrose [6] andererseits schlug ein Kollaps-Modell vor, bei dem eine Selbstreduktion dann stattfindet, wenn die Differenz der *gravitativen Selbstenergie* in zwei Superpositionszweigen größer ist als die Energie eines Gravitons.

## 4.3 Allgemeiner Makrorealismus

Wir besprechen im folgenden die allgemeine Klasse von Theorien, die verlangt, daß Superpositionen von makroskopisch verschiedenen Zuständen in der Natur nicht existieren.

Diese Definition benötigt aber eine Definition des Begriffs "makroskopisch verschieden". Was ist also das (quantitative) Maß für "Schrödinger-Katzenhaftigkeit". Wir charakterisieren die makroskopische Verschiedenheit durch zwei Begriffe:

1. **Extensive Differenz:** Man betrachte eine bestimmte extensive physikalische Eigenschaft  $i$  (zB. Gesamtladung, gesamtes magnetisches Moment etc.) und bestimme eine natürliche Referenz, die typisch auf der atomaren Skala ist (zB. Elementarladung, Bohrsches Magneton, etc.) Dann drückt man die Differenz der Erwartungswerte dieser Größe in den beiden Zuständen (Zweigen der Superposition) in Vielfachen der Referenzeinheit aus und nennt das Resultat  $\Lambda_i$ . Das Maximum über alle Eigenschaften  $i$  ist die extensive Differenz  $\Lambda$ .

Dieses Maß ist plausiblerweise eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung, zwei Zustände einer Superposition als makroskopisch verschieden zu bezeichnen. Beispielsweise wäre der Wert der extensiven Differenz für ein Neutron in einem Standardinterferometer mit einem Armaabstand von 0.1 m ungefähr  $\Lambda \sim 10^9$ , und man würde diese Situation nicht als eine makroskopische Superposition ansehen.

2. **Diskonnektivität:** Die Diskonnektivität  $D$  ist ein Maß der Verschränkung. Eine Superposition von zwei (oder mehr)  $N$ -Teilchen-Zuständen besitzt dann ein hohes Maß an Diskonnektivität, wenn zur Unterscheidung vom entsprechenden klassischen Zustand die Messung einer großen Zahl von Korrelationen ( $\sim N$ ) notwendig ist.

Bemerkungen:

- (a) Bei Zuständen komplexer Systeme haben die extensive Differenz und die Diskonnektivität oftmals ähnliche Werte in der Größenordnung der Zahl der Konstituenten  $N$ . Beispielsweise hat der Zustand eines Uranatoms am Youngschen Doppelspalt einen ungefähren Wert von  $\Lambda \sim D \sim N = 330$  (238 Nukleonen und 92 Elektronen).
- (b) Typische Zustände makroskopischer Quantensysteme (Laser, Supraleiter, Suprafluide) haben keine großen Werte für  $D$ . Im suprafluiden Helium-4 ist  $D \sim 1$ , im Supraleiter ist  $D \sim 2$ .
- (c)  $D$  ist invariant unter Änderung der Einteilchenbasis aber nicht bei der Transformation in Schwerpunkt- ( $R$ ) und Relativkoordinaten ( $\rho$ ). In letzterer Basis wäre  $D \sim 1$  für ein U-Atom am Youngschen Doppelspalt, weil die Wellenfunktion die schematische Form  $[a \chi_1(R) + b \chi_2(R)] \psi(\rho)$  hat (die  $\chi_i$  beschreiben den Schwerpunkt,  $\psi$  die Kernbausteine selbst). In dieser Darstellung gibt es nämlich quasi nur eine Superposition mit  $N = 1$ , nämlich eine Überlagerung zweier (einzelner) Schwerpunkttorte, und nicht etwa von jeweils 330 Teilchen. Die Anordnung der letzteren geht in die Superposition nicht ein sondern faktorisiert heraus, weil der Zustand des Kerns (dh. seine innere Struktur) an beiden Spalten gleich ist. (Ähnlich verschwindet auch die Verschränkung des ( $S=0$ )-Singlettzustands zweier Spin-1/2-Teilchen, wenn man von der natürlichen Einteilchenbasis in die Basis  $S, S_z$  wechselt.)

Existieren, und wenn ja, bis zu welchem Ausmaß, Superpositionen zweier makroskopisch verschiedener Zustände in der Natur? Oder ist immer einer der beiden Zustände realisiert (Hypothese des makroskopischen Realismus)?

## 5 Experimentelle Tests und Dekohärenz

Gibt es experimentelle Tests, die zwischen Quantenphysik und Makrorealismus entscheiden können? Das notwendige Kriterium ist, daß die Quantenmechanik das Auftreten von Quanteninterferenz zwischen makroskopisch verschiedenen Zuständen (kurz: *makroskopische Quanteninterferenz*) vorhersagt. Aufgrund der logischen Unabhängigkeit *beweist* das Auffinden von makroskopischer Quanteninterferenz aber nicht die Quantenmechanik; das Nicht-Auffinden aber *widerlegt* sie, sofern makroskopische Quanteninterferenz explizit vorhergesagt wird. Andererseits wird Makrorealismus durch makroskopische Quanteninterferenz nur dann widerlegt, wenn er sie in dieser spezifischen Situation explizit ausschließt.

Methodologisch gibt es drei Stufen:

- $S_1$ : Tests, um herauszufinden, ob makroskopische Variable den quantenmechanischen Voraussagen entsprechen;
- $S_2$ : die Suche nach direkten Beweisen für makroskopische Quanteninterferenz (die Makrorealismus nicht notwendigerweise ausschließen);
- $S_3$ : die Durchführung eines Experiments, das bei einem mit der Quantenphysik übereinstimmenden Resultat den Makrorealismus ausschließt.



## Gegenargument Dekohärenz

Ein Argument gegen das Programm, Experimente zur Unterscheidung von Makrorealismus und Quantenmechanik zu ersinnen und durchzuführen, ist die vermeintliche Unmöglichkeit solcher Experimente aufgrund von *Dekohärenz* [7]. Wir betrachten ein komplexes Objekt am Youngschen Doppelspalt

$$|\Psi\rangle = a |\Psi_1(\mathbf{R})\rangle + b |\Psi_2(\mathbf{R})\rangle, \quad (16)$$

wobei  $|\Psi_1(\mathbf{R})\rangle$  und  $|\Psi_2(\mathbf{R})\rangle$  das Objekt an zwei makroskopisch getrennten Orten  $\mathbf{R}_1$  und  $\mathbf{R}_2$  am Spalt lokalisieren. Aufgrund der Kopplung an die Umgebung müssen wir eine Wellenfunktion für das Gesamtsystem (G) anschreiben:

$$|\Psi_G\rangle = a |\chi_1(\mathbf{r})\rangle |\Psi_1(\mathbf{R})\rangle + b |\chi_2(\mathbf{r})\rangle |\Psi_2(\mathbf{R})\rangle, \quad (17)$$

Hier symbolisiert  $\mathbf{r}$  die Freiheitsgrade der Umgebung, und die Umgebungszustände  $|\chi_1\rangle$  und  $|\chi_2\rangle$  sind de facto orthogonal:  $\langle\chi_1|\chi_2\rangle \approx 0$ . Die Behauptung des Dekohärenzprogramms ist nun, daß Quanteninterferenz deshalb nicht beobachtet werden kann, weil die Gesamtwellenfunktion äquivalent zu einer klassischen statistischen Mischung mit den Gewichten  $|a|^2$  und  $|b|^2$  ist. Im Formalismus der Dichtematrizen bedeutet dies, daß die Dichtematrix vor der Dekohärenz

$$\hat{\rho} = |\Psi_G\rangle\langle\Psi_G| = \begin{pmatrix} |a|^2 & a b^* \\ a^* b & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

nach der Spurbildung über die (unbeobachtbaren) Umgebungsfreiheitsgrade die *dekohärierte Form*

$$\hat{\rho}_{\text{dek}} = \text{Tr}_\chi |\Psi_G\rangle\langle\Psi_G| \approx \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (19)$$

annimmt. Der letzte Schritt ist insoweit eine Näherung als er auf der Orthogonalität der Umgebungszustände,  $\langle\chi_1|\chi_2\rangle \approx 0$ , beruht.

Einwände gegen den Dekohärenzeinwand sind:

1. Es gibt Freiheitsgrade, deren Kopplung an die Umgebung sehr schwach ist (die Schwerpunktskoordinate eines  $N$ -Teilchen-Systems ist sogar vollständig von den inneren Koordinaten entkoppelt).
2. Durch kryogenische Maßnahmen können Teile der Umgebung beseitigt werden.

Der schwerwiegende Fehler im Standardargument ist allerdings die nicht vorhandene Unterscheidung von "falscher" und "echter" Dekohärenz.

- **Falsche Dekohärenz:** Man nehme an, daß nur der Kern des Uranatoms ( $\mathbf{R}$ ) im Youngschen Versuch meßbar ist, nicht aber die Elektronenwolke ( $\mathbf{r}$ ). Die beiden assoziierten Elektronenzustände sind orthogonal, der Zustand ist durch (17) gegeben und die Dichtematrix für den Kern ist von der dekohärierten Form (19). Dies bedeutet aber nicht, daß keine Interferenz am Beobachtungsschirm gesehen werden kann. Die Elektronen folgen dem Kern *adiabatisch*; die Elektronenwellenfunktionen  $\chi(\mathbf{r})$  *rekonvergieren* genauso wie die beiden Zweige von  $\Psi(\mathbf{R})$ . Der Zeitentwicklungsoperator führt zu einer *Rekohärenz*.
- **Echte Dekohärenz:** Dieser Fall tritt auf, wenn durch einen *irreversiblen* Vorgang – beispielsweise die Emission eines Photons vom Uranatom in der Nähe eines der beiden Spalte – Information über den Pfad prinzipiell verfügbar ist. Dann geht die Interferenz am Beobachtungsschirm verloren.

## 6 Die gegenwärtige experimentelle Situation

Zum Glück haben viel Experimentalphysiker dem pessimistischen Skeptizismus, man werde makroskopische Quanteninterferenz nie feststellen (können), nicht Folge geleistet.

### 6.1 Beugung komplexer Moleküle

Arndt et al. [8] ist es gelungen Beugungseffekte von  $C_{60}$ - und  $C_{70}$ -Fullerenen (mittlerweile auch  $C_{60}F_{48}$ ) in einem dem Youngschen Doppelspaltexperiment ähnlichen Versuchsaufbau zu beobachten, wobei der Spaltabstand (im Beugungsgitter) 100 nm beträgt. Die extensive Differenz ist hier  $\Lambda \sim 10^6$  und die Diskonnektivität ist  $D \sim N = 10^3$  in der "üblichen Zählweise". Bemerkenswert ist die Tatsache, daß die Moleküle im Experiment sehr "heiß" sind (rund 1000 K). Aber die während des Fluges von den Molekülen emittierte Wärmestrahlung ist langwellig genug, um eine Lokalisierung unmöglich zu machen, und das Interferenzbild am Beobachtungsschirm bleibt erhalten.

### 6.2 Quantenoptische Systeme

Polzik et al. [9] zeigten Verschränkung zwischen zwei makroskopischen Cäsium-Atomwolken mit je  $10^{12}$  Atomen. Die Atomwolken sind spinpolarisiert, dh. in einer Richtung, sagen wir in  $z$ , entgegengesetzt ausgerichtet:  $J_{z1} = -J_{z2} = J_z$ . Jeder separable (also nicht quantenmechanisch superponierte) Zustand erfüllt ("ähnlich" einer Bell-Ungleichung) die folgende Ungleichung der Varianzen [10]:

$$\delta \hat{J}_x^2 + \delta \hat{J}_y^2 \geq 2 J_z, \quad (20)$$

wobei  $\delta \hat{J}_k^2 \equiv \langle (\hat{J}_{k1} + \hat{J}_{k2})^2 \rangle - \langle \hat{J}_{k1} + \hat{J}_{k2} \rangle^2$ . (Diese Betrachtung steht in direktem Zusammenhang mit Einstein-Podolsky-Rosen-Zuständen.) Eine statistische Mischung – auch wenn sie noch so starke Korrelationen zwischen den Atomwolken hat – kann diese Ungleichung nicht verletzen. Empirisch wurde (20) verletzt, was neben der Molekülbeugung also ein weiteres erfolgreiches Experiment der zweiten Stufe  $S_2$  ist (makroskopische Quanteninterferenz).

### 6.3 Supraleiter

Von entscheidender Bedeutung ist im folgenden der *Josephson-Effekt*, der besagt, daß es an einer Grenzschicht Supraleiter–Normalleiter(Isolator)–Supraleiter einen Tunnelstrom – getragen von Cooper-Paaren – gibt. Letztere sind Bose-Kondensate in eine einzelne Zwei-Teilchen-Wellenfunktion

$$\Psi = \Psi(\mathbf{R}) \equiv |\Psi(\mathbf{R})| \exp(i \varphi(\mathbf{R})). \quad (21)$$

mit  $\mathbf{R} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$  und der Phase  $\varphi(\mathbf{R})$ . (Zusätzlich zu den Cooper-Paar-Elektronen gibt es normalleitende Elektronen, aber bei ausreichend niedriger Temperatur kondensieren praktisch alle Elektronen.) Der Tunnelstrom  $I_J$  hängt von der Phasendifferenz  $\delta\varphi$  der Wellenfunktionen diesseits und jenseits der Barriere ab (ist also ein Interferenzphänomen):

$$I_J = I_c \sin \delta\varphi. \quad (22)$$

Hier ist  $I_c$  der kritische Strom (typischerweise  $1 \mu\text{A}$ ). Wird ein Strom aufgeprägt, der größer als  $I_c$  ist, fällt über der Barriere eine Spannung ab (Dissipation von Energie). Der Squid-Ring (*superconducting quantum interference device*) ist ein supraleitender Ring, unterbro-

chen durch eine einzelne Josephson-Verbindung (typischerweise 30–50 Å) aus einer Oxidschicht. Der Phasensprung über die Barriere korrespondiert mit der Energie

$$E_J = -\frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \cos \delta\varphi, \quad (23)$$

mit

$$\Phi_0 \equiv \frac{h}{2e} \quad (24)$$

dem elementaren Flußquantum. Das mit dem Strom assoziierte Vektorpotential  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  erzeugt entlang des gesamten Rings eine Phasenänderung (Satz von Stokes)

$$\oint \frac{2e}{\hbar} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \, d\mathbf{r} = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}. \quad (25)$$

wobei  $\Phi$  der eingeschlossene magnetische Fluß ist. Die Phase  $\varphi(\mathbf{R})$  muß (modulo  $2\pi$ ) stets eindeutig sein. Daher muß die Summe aus Phasensprung an der Josephson-Verbindung ( $\delta\varphi$ ) und der Phasenänderung im ganzen Ring aufgrund des Magnetfeldes ( $2\pi\Phi/\Phi_0$ ) ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  sein:

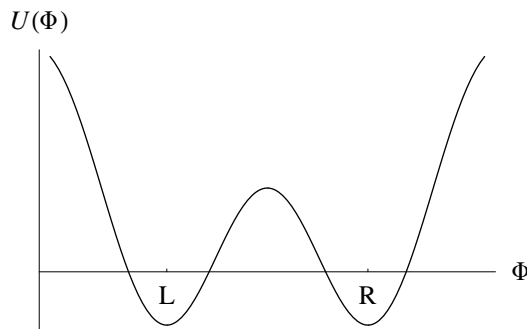
$$\delta\varphi + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} = 2n\pi. \quad (26)$$

Das bemerkenswerte ist, daß das Verhalten der Cooper-Paare ( $\delta\varphi$ ) charakterisiert (gesteuert) wird durch einen einzelnen makroskopischen Parameter, nämlich den eingeschlossenen Fluß  $\Phi$ . Die potentielle Energie des Rings ergibt sich zu

$$U(\Phi) = \frac{(\Phi - \Phi_{\text{ext}})^2}{2L} - \frac{I_c \varphi_0}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right), \quad (27)$$

wobei  $L$  die Selbstinduktivität des Rings und  $\Phi_{\text{ext}}$  ein extern aufgeprägter Fluß ist. Für  $2\pi L I_c/\Phi_0 > 1$  hat  $U(\Phi)$  mehr als ein lokales Minimum. Diese Minima korrespondieren mit metastabilen Konfigurationen der Cooper-Paare.

Für 20 Jahre blieben Supraleiter-Experimente auf der ersten Stufe (Tests, ob makroskopische Variable mit der Quantenmechanik übereinstimmen). Erst um die Jahrtausendwende wurden direkte Hinweise für makroskopische Quanteninterferenz beobachtet. Für das Regime  $2\pi L I_c/\Phi_0 > 1$  und  $\Phi_{\text{ext}} = \Phi_0/2$  (hier wird der externe Fluß  $\Phi_{\text{ext}}$  weiterhin als  $c$ -Zahl aufgefaßt) hat die potentielle Energie eine symmetrische Form mit zwei Minima (Abbildung 1).



**Abbildung 1:** Form von  $U(\Phi)$ , Gleichung (27), für  $2\pi L I_c/\Phi_0 > 1$  und  $\Phi_{\text{ext}} = \Phi_0/2$

Diese degenerierten Minima sind durch eine klassisch undurchdringbare Barriere getrennt. Die entsprechenden makroskopisch verschiedenen Zustände bezeichnen wir mit  $|L\rangle$  und  $|R\rangle$ . Die beiden Minima von  $U(\Phi)$ ,  $\Phi_R$  und  $\Phi_L$ , gehören zu verschiedenen Phasen und damit zu (makroskopisch) verschiedenen Strömen, von denen einer mit dem Uhrzeigersinn ( $\Phi_R - \Phi_{\text{ext}} \approx \Phi_0/2$ ) und einer gegen den Uhrzeigersinn ( $\Phi_L - \Phi_{\text{ext}} \approx \Phi_0/2$ ) fließt. (Die beiden Grundzustandswellenfunktionen nehmen wir als hinreichend in den Potentialminima lokalisiert an.) Wir suchen nach Hinweisen der Existenz von Superpositionen der Form

$$|\psi\rangle = \alpha(t) |L\rangle + \beta(t) |R\rangle. \quad (28)$$

Physikalisch bedeutet dies die Möglichkeit von Übergängen zwischen  $|L\rangle$  und  $|R\rangle$ , charakterisiert durch ein nichtverschwindendes Übergangsmatrixelement  $\Delta$  (mit Dimension einer Frequenz), was einer Tunnelung durch die klassisch undurchdringliche Barriere entspricht. Folgende Agenda liegt nahe:

1. Zur Zeit 0 präpariert man das System im Zustand  $|L\rangle$ . Dann dreht man das Meßgerät ab und läßt das System evolutionieren.
2. Zur Zeit  $t$  schaltet man das Meßgerät ein und stellt fest, daß das System entweder im Zustand  $|L\rangle$  oder  $|R\rangle$  ist.
3. Man wiederholt die Schritte 1 und 2, wobei man die Zeit  $t$  variiert, und zeichnet ein Histogramm der Wahrscheinlichkeit  $P_L(t)$ , nach der Zeit  $t$  wieder  $|L\rangle$  zu finden.

Quantenmechanisch wird die ungestörte Wellenfunktion durch (28) beschrieben, wobei

$$\alpha(t) = \cos(t \Delta/2), \quad \beta(t) = i \sin(t \Delta/2). \quad (29)$$

Infolgedessen ist

$$P_L(t) = |\alpha(t)|^2 = \cos^2(t \Delta/2) = \frac{1}{2} [1 + \cos(t \Delta)]. \quad (30)$$

Zur Zeit  $t_1 = \pi/\Delta$  ist  $P_L(t_1) = 0$ . Das System muß also im Zustand  $|R\rangle$  gefunden werden. Bei einer gleichwahrscheinlichen statistischen Mischung aus  $|L\rangle$  und  $|R\rangle$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  wäre auch zur Zeit  $t_1$  die Wahrscheinlichkeit  $P_L = \frac{1}{2}$ . Also ist  $P_L(t_1) = 0$  ein starker Hinweis darauf, daß das System zur Zeit  $t_s = \pi/(2\Delta)$  in einer gleichgewichteten Superposition war, dh.  $|\alpha(t_s)|^2 + |\beta(t_s)|^2 = 1$ .

Ein Echtzeitexperiment dieser Art mit einem SQUID-Ring von  $140 \mu\text{m}$  Durchmesser wurde erfolgreich durchgeführt, steht in Übereinstimmung mit der Quantenmechanik (erfolgreicher Test der Stufe  $S_2$ : makroskopische Quanteninterferenz) [11]. Aus den Daten des Experiments ergeben sich folgende Werte:

- *Extensive Differenz*: Der Unterschied zwischen den beiden mit  $|L\rangle$  und  $|R\rangle$  assoziierten Stromzuständen (gegen den und mit dem Uhrzeigersinn) ist größer als  $2 \mu\text{A}$ . Das entspricht einer Differenz im totalen magnetischen Moment von rund  $10^{10} \mu_B$  mit  $\mu_B$  dem Bohrschen Magneton. Damit ist  $\Lambda \sim 10^{10}$ .
- *Diskonnektivität*: In diesem Fall ist  $D \sim \Lambda$ .

Quantenphänomenen in der Alltagswelt würde  $D \sim \Lambda \sim 10^{23}$  entsprechen. Auf einer logarithmischen Skala sind durch das SQUID-Experiment also rund 40% abgedeckt; und man darf nicht vergessen, daß bis vor wenigen Jahren die in Experimenten erreichte Diskonnektivität  $D$  auf den einstelligen Bereich beschränkt war (< 4% auf der Skala).

## 7 Wie geht es weiter?

Im Prinzip spricht nichts dagegen, die Größe des Squid-Rings von der Mikrometer- auf die Zentimeterskala zu bringen, was  $D \sim \Lambda \sim 10^{16}$  bedeuten würde. Die Beugungsexperimente könnten mit immer größeren Molekülen durchgeführt werden, wie etwa komplexen Biomolekülen oder Viren. Selbst das Zeigen von Quantensuperpositionen von internen Zuständen von Biomolekülen (mit unterschiedlicher biologischer Funktionalität) ist denkbar. Natürlich ist dies mit immer höherem Aufwand verbunden, die Einflüsse von Dekohärenz zu vermeiden. Leggett schreibt hierzu [1]:

”[...] and the effects of decoherence under such conditions may be expected to be extremely severe. Nevertheless, the whole history of this subject has shown that naive estimates of the effects of decoherence have almost inevitably erred on the side of pessimism, sometimes spectacularly so, and it may not be totally ridiculous to hope that this trend will continue in the future.”

Die Quantenmechanik steht in Übereinstimmung mit allen Experimenten, insbesondere mit jenen, die makroskopische Quanteninterferenz zeigen. Makrorealismus ist aber noch nicht ausgeschlossen. Weder die Molekülbeugung noch die Squid-Experimente sind in Bereiche vorgedrungen, um beispielsweise die Theorie von Ghirardi, Rimini, Weber und Pearle zu widerlegen.

Um auf Stufe  $S_3$  zu gelangen, dh. (jede Form von) Makrorealismus ausschließen zu können, bedarf es eines weiteren gedanklichen Schritts – ähnlich dem Bell-Theorem der 60er Jahre, das die ganze Klasse von lokal realistischen Theorien von der Quantenmechanik trennen und letztlich im Experiment widerlegen konnte (die verbleibenden Loopholes werden von den meisten Physikern als rein technischer Natur eingestuft).

Wir wollen an dieser Stelle die Eigenschaften *jeder* makrorealistischen Theorie in Form dreier *Postulate* angeben:

1. **Makrorealismus per se:** Ein makroskopisches Objekt, dem verschiedene makroskopisch verschiedene Zustände zur Verfügung stehen, befindet sich (bis auf kurze Übergangszeiten) stets in einem definierten dieser Zustände.
2. **Nicht-invasive Meßbarkeit:** Es ist prinzipiell möglich zu bestimmen, in welchem dieser Zustände sich das Objekt befindet, ohne den Zustand selbst oder die folgende Dynamik zu verändern.
3. **Induktion:** Die Eigenschaften von Ensembles werden ausschließlich durch die Anfangsbedingungen bestimmt (und insbesondere nicht durch die Endbedingungen).

Postulat 1 ist ohne Postulat 2 nahezu bedeutungslos. Hinsichtlich Postulat 3 sei auf [12] verwiesen.

Wir betrachten ein physikalisches System, das eine Observable  $Q$  besitzt, die nur die beiden Werte  $\pm 1$  annehmen kann. Ferner betrachten wir eine Reihe von Experimenten – alle von den gleichen Anfangsbedingungen (bei  $t = 0$ ) startend – in denen  $Q$  (i) zu den Zeiten  $t_1$  und  $t_2$ , (ii) zu  $t_2$  und  $t_3$ , (iii) zu  $t_3$  und  $t_4$  und (iv) zu  $t_1$  und  $t_4$  gemessen wird, wobei  $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ . Aus den einzelnen Resultaten bildet man den Erwartungswert, also die Korrelationen

$$C_{ij} \equiv \langle Q(t_i) Q(t_j) \rangle. \quad (31)$$

In totaler Analogie zum Argument der Herleitung der Bellschen Ungleichung gilt für *alle* makrorealistischen Theorien

$$K \equiv C_{12} + C_{23} + C_{34} - C_{14} \leq 2 \quad (32)$$

für beliebige  $t_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Bisher wurde nur verwendet, daß  $Q$  stets einen der beiden Werte  $\pm 1$  hat.

Nun nehmen wir das Beispiel des Squid-Rings mit symmetrischem Potentialverlauf (Abbildung 1). Wir definieren  $Q$  als diskretisierten Fluß, das heißt  $Q = +1$  für Messungen in der Nähe von  $\Phi_0/2$  (Strom fließt im Uhrzeigersinn) und  $Q = -1$  für Messungen in der Nähe von  $-\Phi_0/2$  (Strom fließt gegen den Uhrzeigersinn). Die Meßzeiten seien

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \frac{\pi}{4\Delta}. \quad (33)$$

Ohne Dekohärenz (Dissipation) folgt innerhalb der Quantenmechanik aufgrund von

$$C_{ij} = \cos[(t_j - t_i)\Delta] \quad (34)$$

für den Bell-Ausdruck

$$K = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}, \quad (35)$$

im Widerspruch zu (32). Selbst unter Berücksichtigung von Dissipationsmechanismen scheint realistischerweise

$$K > 2 \quad (36)$$

möglich.

Experimente dieser Art könnten daher zwischen den Vorhersagen der Quantenmechanik (angewandt auf Squids) und jeder *beliebigen* makrorealistischen Theorie unterscheiden.

## Literatur

- [1] A. J. Leggett, J. Phys.: Condens. Matter **14**, R415 (2002)
- [2] E. Schrödinger, Die Naturwissenschaften **48**, 807 (1935)
- [3] H. Everett, Rev. Mod. Phys. **29**, 454 (1957)
- [4] G. C. Ghirardi, A. Rimini, and T. Weber, Phys. Rev. D **34**, 470 (1986)
- [5] P. Pearle, J. Ring, J. I. Collar, and F. T. Avignone, Found. Phys. **29**, 465 (1999)
- [6] R. Penrose, Gen. Relativ. Grav. **28**, 581 (1996)
- [7] W. Zurek, Rev. Mod. Phys. **75**, 715 (2003)
- [8] M. Arndt, O. Nairz, J. Voss-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw, and A. Zeilinger, Nature **401**, 680 (1999)
- [9] B. Julsgaard, A. Kozhekin, and E. S. Polzik, Nature **413**, 400 (2001)
- [10] L.-M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **84**, 2722 (2000)
- [11] J. R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S. K. Tolpygo, and J. E. Lukens, Nature **406**, 43 (2000)
- [12] A. Leggett, Time's Arrow Today, ed. S. F. Savitt, Cambridge University Press (1995)